

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТОПОЛОГИЯ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «**Топология**» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук

Л. Л. Оридорога

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы, Математический анализ, Алгебра, Аналитическая геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Курсовая работа по профилю обучения, Уравнения математической физики, Функциональный анализ, Вариационное исчисление и методы оптимизации, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.23 Топология
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	17	–	34	57	93	экзамен
Очная, всего			17	–	34	57	93	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная подготовка в области топологии: развитие у студентов абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, формирование у студентов научного подхода, овладение студентами совокупностью математических знаний о методах решения задач и доказательства топологических теорем.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.6. Умеет применять методы топологии для решения фундаментальных и прикладных задач в профессиональной деятельности.

4.3. Результаты обучения

ОПК-1.6.1. Знает основные определения и теоремы топологии, методы решения задач и доказательства утверждений, методы топологии, применяемые для решения профессиональных задач.

ОПК-1.6.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы, решать задачи дисциплины.

ОПК-1.6.3. Умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Теория множеств.	1.1. Основные определения теории множеств. Сравнения множеств. 1.2. Теорема Кантора–Бернштейна, теорема Кантора о мощностях. 1.3. Аксиома выбора, лемма Цорна и теорема Цермело. 1.4. Ординальные числа и кардиналы.
Раздел 2. Метрические пространства и их свойства.	2.1. Метрические пространства. 2.2. Предел и непрерывность в метрических пространствах. 2.3. Классификации точек множеств в метрических пространствах. 2.4. Открытые и замкнутые множества. 2.5. Категории множеств. Теорема Бэра.
Раздел 3. Топологические пространства и основные теоремы топологии.	3.1. Топологические пространства. Основные способы задания топологии. 3.2. Действия над топологическими пространствами. 3.3. Аксиомы отделимости. 3.4. Основные топологические инварианты. 3.5. Компактные множества. Разные типы компактности. 3.6. Топологические группы. Многообразия.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Теория множеств.	5	-	10	32	47
Основные определения теории множеств. Сравнения множеств.	1	-	4	7	12
Теорема Кантора–Бернштейна, теорема Кантора о мощностях.	1	-	2	7	10
Аксиома выбора, лемма Цорна и теорема Цермело.	2	-	1	11	14
Ординальные числа и кардиналы	1		3	7	11
Раздел 2. Метрические пространства и их свойства.	5	-	12	26	43
Метрические пространства.	1	-	4	7	12
Предел и непрерывность в метрических пространствах.	1	-	2	5	8
Классификации точек множеств в метрических пространствах.	1	-	2	4	7
Открытые и замкнутые множества.	1		2	6	9
Категории множеств. Теорема Бэра.	1		2	4	7
Раздел 3. Топологические пространства и основные теоремы топологии.	7	-	12	35	54
Топологические пространства. Основные способы задания топологии.	1	-	4	6	11
Действия над топологическими пространствами.	1	-	4	8	13
Аксиомы отделимости.	1	-	1	4	6
Основные топологические инварианты.	2		1	6	9
Компактные множества. Разные типы компактности.	1		1	6	8
Топологические группы. Многообразия.	1		1	5	7
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	17	-	34	93	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Теория множеств.

1. Множества и операции с ними. Декартово произведение.
2. Сравнение множеств.
3. Теорема Кантора–Бернштейна.
4. Теорема Кантора о мощностях.
5. Частично упорядоченное множество.
6. Линейно упорядоченное множество.
7. Вполне упорядоченное множество.

8. Аксиома Выбора.
9. Лемма Цорна.
10. Теорема Цермело.
11. Счётные множества и их свойства.
12. Множества мощности континуум и их свойства.

Раздел 2. Метрические пространства и их свойства.

13. Метрические пространства.
14. Предел в метрическом пространстве.
15. Предельные и изолированные точки. Точки прикосновения.
16. Непрерывные отображения метрических пространств.
17. Внутренние, внешние и изолированные точки.
18. Открытые и замкнутые множества. Связь между ними.
19. Связь открытости (замкнутости) с непрерывностью.
20. Полные метрические пространства.
21. Теорема о пополнении.
22. Множества первой категории.
23. Теорема Бэра.

Раздел 3. Топологические пространства и основные теоремы топологии.

24. Топологические пространства.
25. Базы и предбазы.
26. Естественная топология метрических пространств.
27. Естественная топология упорядоченных пространств.
28. Подпространство и факторпространство.
29. Открытые и замкнутые отображения.
30. Тихоновское произведение.
31. Аксиомы отделимости.
32. Основные топологические инварианты.
33. Аксиомы счётности.
34. Компактные, счётно компактные и секвенциально компактные пространства.
35. Топологическая группа.
36. Гомотопии. Фундаментальная группа.
37. Многообразия. Карты и атласы.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Раздел 1. Нахождение мощности множеств, проверка множеств на упорядоченность.

Раздел 2. Проверка, является ли пространство метрическим, определение классов точек данного множества в данном пространстве, доказательство некоторых теоретических утверждений.

Раздел 3. Исследование системы множеств на то, являются ли они топологией, базой, и т.п., задачи на проверку или доказательство некоторых топологических утверждений.

7.3. Описание содержания экзаменационного билета

В зависимости от ведения учебного процесса в традиционном (очном) формате или с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий,

содержание билета может включать теоретические вопросы и (или) практические задания по изученным темам.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают зачёт. Максимальное количество баллов за зачёт – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Промежуточная контрольная работа	45
	Итоговая контрольная работа.	45
ИТОГО		100
Зачёт		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;

- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.

2) для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа;

- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;

- экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

- письменные задания выполняются на компьютере;

- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

1) для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;

- в форме электронного документа;

2) для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;

- в форме электронного документа.

3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;

- в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Александров, П. С. Введение в теорию множеств и общую топологию : [Учеб. пособие для мат. специальностей вузов] / П. С. Александров. - М. : Наука, 1977. - 368 с.
2. Синюков, Н. С. Топология : [Учеб. пособие для мат. специальностей ун-та] / Н. С. Синюков, Т. И. Матвеев. - К. : Вища шк., 1984. - 264 с.

11.2. Дополнительная литература

3. Энгелькинг, Р. Общая топология : пер. с англ. / Р. Энгелькинг ; пер. [и предисл.] М. Я. Антоновского, А. В. Архангельского. - Москва : Мир, 1986. - 744 с.
4. Справочная книга по математической логике : В 4 ч. : Пер. с англ. Ч. 2 : Теория множеств / Под ред. Дж. Барвайса ; [Д. Р. Шенфилд, Т. Д. Йех, К. Кюнен и др.] ; Пер. В. Г. Кановей ; Под. ред. В. Н. Гришина. - М. : Наука, 1982. - 375 с.
5. Кановей, В. Г. Аксиома выбора и аксиома детерминированности / В. Г. Кановей. - Москва : Наука, 1984. - 65 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. - Москва, 2019- . - URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. - Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. - Москва, 2000- . - URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: для авторизов. пользователей. - Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». - Москва, 2014- . - URL: <https://cyberleninka.ru/>. - Режим доступа: свободный. - Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: для авторизов. пользователей. - Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. - Москва, 2013. - URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: для авторизов. пользователей. - Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». - Донецк, 2016- . - URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: свободный. - Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. - Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. - URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. - Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. - URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).